

Penerapan Transformasi Kosinus Diskrit Dalam Kompresi Gambar JPEG

Muhammad Dicky Isra and 13523075^{1,2}

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

¹13523075@std.stei.itb.ac.id, ²mdikiisra98@gmail.com

Abstrak—JPEG (Joint Photographic Experts Group) atau JPG merupakan salah satu format gambar yang umum ditemukan sehari-hari. Makalah ini bertujuan untuk mempelajari dan memahami bagaimana cara kompresi JPEG dengan transformasi kosinus diskrit(DCT). Makalah ini akan menunjukkan bagaimana cara atau proses atau algoritma dalam melakukan DCT pada gambar JPEG.

Kata Kunci— DCT, JPEG, JPG.

I. PENDAHULUAN

Dalam kehidupan sehari-hari. Kita banyak berinteraksi dengan gambar-gambar dengan berbagai macam format. Salah satu format gambar yang sering kita jumpai adalah format gambar JPEG atau JPG.

JPEG dapat dipandang sebagai format gambar ataupun jenis kompresi. Format gambar ini adalah format yang *lossy* yang artinya gambar yang disimpan bukanlah gambar yang sesungguhnya yang, terdapat pengurangan kualitas gambar yang disebabkan oleh kompresinya.

Penggunaan DCT bersama dengan kuantisasi bermanfaat untuk menghilangkan detail yang tidak terlalu kita perhatikan. Kita dapat menentukan seberapa banyak kita ingin mempertahankan kualitas gambar asli atau seberapa banyak kita ingin mengurangi kualitas gambar melalui matriks kuantisasi. Kita dapat melakukan kompresi dengan usaha untuk mengurangi ukuran gambar sebesar mungkin dengan berusaha untuk mempertahankan kualitas gambar sebanyak/sebagus mungkin.

II. LANDASAN TEORI

A. Matriks

Matriks adalah struktur data yang dibentuk atas baris dan kolom yang biasa dinotasikan dengan $n \times m$. Dalam hal ini, n berarti jumlah baris dan m merupakan jumlah kolom.

Contoh matriks A berukuran 3×4 :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 6 \\ 7 & 0 & 8 & -12 \\ 13 & 11 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Gambar 1. Contoh matriks 3×4

Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-01-Review-Matriks-2023.pdf>

B. Transformasi Kosinus Diskrit

Transformasi Kosinus Diskrit atau yang lebih dikenal sebagai *Discrete Cosine Transform* (DCT) merupakan metode pemrosesan sinyal yang berfokus pada nilai riil, tidak seperti metode transformasi fourier yang juga menghitung bagian kompleksnya.

Terdapat beberapa Formula pada DCT.

1. 1D DCT

Seperti namanya, DCT ini berfokus hanya pada 1 dimensi. Akan diformulasikan menjadi

$$G(m) = \sqrt{\frac{2}{M}} \cdot \sum_{u=0}^{M-1} g(u) \cdot c_m \cdot \cos\left(\pi \frac{m(2u+1)}{2M}\right), \quad (20.1)$$

for $0 \leq m < M$, and the *inverse* transform is

$$g(u) = \sqrt{\frac{2}{M}} \cdot \sum_{m=0}^{M-1} G(m) \cdot c_m \cdot \cos\left(\pi \frac{m(2u+1)}{2M}\right), \quad (20.2)$$

for $0 \leq u < M$, with

$$c_m = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{for } m = 0, \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (20.3)$$

C dan D merupakan fungsi basis yang formulasikan sebagai berikut

$$\text{DFT: } C_m^M(u) = \cos\left(2\pi \frac{mu}{M}\right), \quad (20.4)$$

$$\text{DCT: } D_m^M(u) = \cos\left(\pi \frac{m(2u+1)}{2M}\right) = \cos\left(2\pi \frac{m(u+0.5)}{2M}\right), \quad (20.5)$$

2. 2D DCT

Selanjutnya, 2D DCT yang memproses data spasial 2 dimensi. Yang diformulasikan sebagai berikut.

$$G(m, n) = \frac{2}{\sqrt{MN}} \cdot \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} [g(u, v) \cdot c_m \cos\left(\frac{\pi(2u+1)m}{2M}\right) \cdot c_n \cos\left(\frac{\pi(2v+1)n}{2N}\right)] \quad (20.6)$$

$$= \frac{2 \cdot c_m \cdot c_n}{\sqrt{MN}} \cdot \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} [g(u, v) \cdot D_m^M(u) \cdot D_n^N(v)], \quad (20.7)$$

for $0 \leq m < M$, $0 \leq n < N$, and the inverse transform

$$g(u, v) = \frac{2}{\sqrt{MN}} \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} [G(m, n) \cdot c_m \cos\left(\frac{\pi(2u+1)m}{2M}\right) \cdot c_n \cos\left(\frac{\pi(2v+1)n}{2N}\right)] \quad (20.8)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{MN}} \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} [G(m, n) \cdot c_m \cdot D_m^M(u) \cdot c_n \cdot D_n^N(v)], \quad (20.9)$$

for $0 \leq u < M$, $0 \leq v < N$. The coefficients c_m and c_n in Eqns. (20.7) and (20.9) are the same as in the 1D case (Eqn. (20.3)). Notice

Kita akan menggunakan DCT 2D pada makalah ini sebab gambar adalah data spasial 2 dimensi.

III. PEMBAHASAN

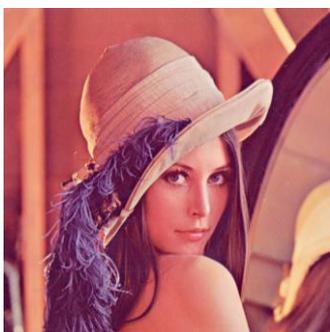
A. Batasan Masalah

Format atau kompresi JPEG merupakan serangkaian proses yang memerlukan beberapa tahapan proses. Menurut [2] Proses tersebut dilakukan dengan tahapan-tahapan sebagai berikut.

1. Konversi warna menjadi bentuk YCbCr
2. Pengambilan sampel ke bawah warna (*down sampling*)
3. Transformasi kosinus diskrit(DCT)
4. Kuantisasi
5. Kompresi tanpa kehilangan (*lossless compression*)

Untuk mempersempit cakupan dari pembahasan makalah ini. Makalah ini akan memfokuskan pembahasan pada proses tahap 3 dan tahap 4, yaitu transformasi kosinus diskrit dan Kuantisasi.

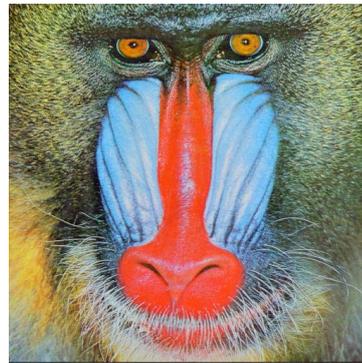
Dalam pembahasan ini, akan digunakan beberapa gambar sebagai bahan percobaan. Gambar tersebut adalah sebagai berikut.



Gambar 2. Lena (512 x 512)

Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Koleksi/Citra%20Uji/Lena512warna.bmp>



Gambar 3. Baboon (512 x 512)

Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Koleksi/Citra%20Uji/baboon24.bmp>



Gambar 4. Peppers (512 x 512)

Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Koleksi/Citra%20Uji/peppers512warna.bmp>

B. Persiapan Program

Pertama, kita akan mempersiapkan program dengan memasukkan *library* yang diperlukan dan memasukkan gambar yang dibutuhkan dan yang akan digunakan nantinya.

Pembuat kode membuat fungsi fungsi untuk membantu dan membuat program lebih modular.

```
def zigzag(matrix: np.ndarray) -> np.ndarray:
    """
    computes the zigzag of a quantized block
    :param numpy.ndarray matrix: quantized matrix
    :returns: zigzag vectors in an array
    """
    # Initializing the variables
    h = 0
    v = 0
    v_min = 0
    h_min = 0
    v_max = matrix.shape[0]
    h_max = matrix.shape[1]
    i = 0
    output = np.zeros((v_max * h_max))

    while (v < v_max) and (h < h_max):
        if ((h + v) % 2) == 0: # going up
            if v == v_min:
                output[i] = matrix[v, h] # first line
                if h == h_max:
                    v = v + 1
                else:
                    h = h + 1
                i = i + 1
            elif (h == h_max - 1) and (v < v_max): # last column
                output[i] = matrix[v, h]
                v = v + 1
                i = i + 1
            elif (v > v_min) and (h < h_max - 1): # all other cases
                output[i] = matrix[v, h]
                v = v - 1
                h = h + 1
                i = i + 1
        else: # going down
            if (v == v_max - 1) and (h <= h_max - 1): # last line
                output[i] = matrix[v, h]
                h = h + 1
                i = i + 1
            elif h == h_min: # first column
                output[i] = matrix[v, h]
                if v == v_max - 1:
                    h = h + 1
                else:
                    v = v + 1
                i = i + 1
            elif (v < v_max - 1) and (h > h_min): # all other cases
                output[i] = matrix[v, h]
                v = v + 1
                h = h - 1
                i = i + 1
            if (v == v_max - 1) and (h == h_max - 1): # bottom right element
                output[i] = matrix[v, h]
                break
    return output
```

Fungsi zigzag yang digunakan untuk menulis kembali matriks hasil matriks dct dan kuantisasi dalam bentuk linear yan disusun dalam pola zigzag.

```
def trim(array: np.ndarray) -> np.ndarray:
    """
    In case the trim_zeros function returns an empty array, add a zero to the array to use as the DC component
    :param numpy.ndarray array: array to be trimmed
    :return: numpy.ndarray
    """
    trimmed = np.trim_zeros(array, 'b')
    if len(trimmed) == 0:
        trimmed = np.zeros(1)
    return trimmed
```

Fungsi trim untuk membantu komponen DC

```
def run_length_encoding(array: np.ndarray) -> list:
    """
    Finds the intermediary stream representing the zigzag
    format for DC components is (run_length, size, magnitude of non-zero)
    :param numpy.ndarray array: zigzag vectors in array
    :returns: run length encoded values as an array of tuples
    """
    encoded = list()
    run_length = 0
    eob = ("EOB",)

    for i in range(len(array)):
        for j in range(len(array[i])):
            trimmed = trim(array[i])
            if j == len(trimmed): # FOR
                encoded.append(eob) # FOR
                break
            if i == 0 and j == 0: # For the first DC component
                encoded.append((int(trimmed[j]).bit_length(), trimmed[j]))
            elif j == 0: # to compute the difference between DC components
                diff = int(array[i][j]) - array[i - 1][j]
                if diff != 0:
                    encoded.append((diff.bit_length(), diff))
            else:
                encoded.append((1, diff))
            run_length = 0
            if trimmed[j] == 0: # Increment run_length by one in case of a zero
                run_length += 1
            else: # Intermediary stream representation of the DC components
                encoded.append((run_length, int(trimmed[j]).bit_length(), trimmed[j]))
                run_length = 0
            # send EOB
            if not (encoded[len(encoded) - 1] == eob):
                encoded.append(eob)
    return encoded
```

Fungsi run_length_encoding yang digunakan untuk proses run length encoding.

```
def get_freq_dict(array: list) -> dict:
    """
    returns a dict where the keys are the values of the array, and the values are their frequencies
    :param numpy.ndarray array: intermediary stream as array
    :return: frequency table
    """
    #
    data = Counter(array)
    result = {k: d / len(array) for k, d in data.items()}
    return result
```

Fungsi untuk mengubah array menjadi kamus frekuensi

```
def find_huffman(p: dict) -> dict:
    """
    returns a Huffman code for an ensemble with distribution p
    :param dict p: frequency table
    :returns: huffman code for each symbol
    """
    # Base case of only two symbols, assign 0 or 1 arbitrarily; frequency does not matter
    if len(p) == 2:
        return dict(zip(p.keys(), ['0', '1']))

    # Create a new distribution by merging lowest probable pair
    p_prime = p.copy()
    a1, a2 = lowest_prob_pair(p)
    p1, p2 = p_prime.pop(a1), p_prime.pop(a2)
    p_prime[a1 + a2] = p1 + p2

    # Recurse and construct code on new distribution
    c = find_huffman(p_prime)
    cala2 = c.pop(a1 + a2)
    c[a1], c[a2] = cala2 + '0', cala2 + '1'

    return c
```

Fungsi untuk melakukan encoding huffman

```
def lowest_prob_pair(p):
    """
    Return pair of symbols from distribution p with lowest probabilities
    """
    sorted_p = sorted(p.items(), key=lambda x: x[1])
    return sorted_p[0][0], sorted_p[1][0]
```

Fungsi untuk mencari simbol dengan probabilitas terkecik

Semua fungsi-fungsi tersebut kemudian akan digunakan kemudian di program utama. Selanjutnya pada program utama, akan dilakukan *import library* yang diperlukan dalam program ini.

```
import numpy as np
from PIL import Image
import matplotlib.pyplot as plt
```

Tahap selanjutnya, kita perlu memasukkan gambar ke dalam program. Gambar yang akan kita masukkan akan kita konversi menjadi gambar abu atau *gambar grayscale* kemudian kita juga akan mengkonversinya menjadi matriks numpy agar dapat mempermudah kalkulasi saat dibutuhkan.

```

lena = np.array(image.open('./assets/lena128arna.bmp').convert('L'))
baboon = np.array(image.open('./assets/baboon24.bmp').convert('L'))
peppers = np.array(image.open('./assets/peppers512arna.bmp').convert('L'))

fig, axes = plt.subplots(1, 3, figsize=(10,5))

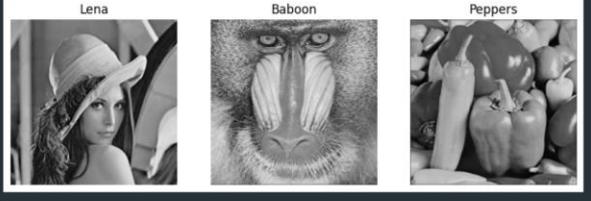
axes[0].imshow(lena, cmap=plt.get_cmap('gray'))
axes[0].set_title("Lena")

axes[1].imshow(baboon, cmap=plt.get_cmap('gray'))
axes[1].set_title("Baboon")

axes[2].imshow(peppers, cmap=plt.get_cmap('gray'))
axes[2].set_title("Peppers")

for ax in axes:
    ax.axis('off')

```



```

# Check if padding is needed.
# If you define empty arrays to pad each channel DCT with zeros if necessary.
ywidth, ylength = ceil(len(y[0]) / windowSize) * windowSize, ceil(len(y) / windowSize) * windowSize
if (len(y[0]) % windowSize == 0) and (len(y) % windowSize == 0):
    yPadded = y.copy()
else:
    yPadded = np.zeros((ylength, ywidth))
    for i in range(len(y)):
        for j in range(len(y[0])):
            yPadded[i, j] += y[i, j]

# Chrominance channels have the same dimensions, meaning both can be padded in one loop.
cwidth, clength = ceil(len(csub[0]) / windowSize) * windowSize, ceil(len(csub) / windowSize) * windowSize
if (len(csub[0]) % windowSize == 0) and (len(csub) % windowSize == 0):
    crPadded = crsub.copy()
    cbPadded = csub.copy()
else:
    crPadded = np.zeros((clength, cwidth))
    cbPadded = np.zeros((clength, cwidth))
    for i in range(len(crsub)):
        for j in range(len(csub)):
            crPadded[i, j] += crsub[i, j]
            cbPadded[i, j] += csub[i, j]

```

Karena kita akan melakukan perhitungan dengan pembagian blok 8x8. Hal itu menyebabkan adanya kemungkinan bahwa terdapat gambar yang tidak dapat sepenuhnya dibagi menjadi 8x8. Sehingga kita perlu menambahkan *padding* atau data tambahan yang sedemikian sehingga membuat gambar kita dapat dibagi-bagi menjadi blok 8x8.

C. Analisis Kompresi JPEG

Dalam percobaan ini, kita akan menggunakan program yang telah dibuat oleh orang lain [3]. Kita akan melakukan analisis serta mencoba menggunakan gambar yang kita miliki untuk dianalisis dan mencari tau bagaimana proses dan hasil kompresi.

```

# Read image
imgOriginal = cv2.imread('lena.bmp', cv2.IMREAD_COLOR)
# convert BGR to YCrCb
img = cv2.cvtColor(imgOriginal, cv2.COLOR_BGR2YCR_CB)

```

Pertama kita akan memasukkan gambar yang kita perlukan dan kemudian mengkonversikannya dalam YCrCb

```

# get DCT of each channel
# define three empty matrices
yDct, crDct, cbDct = np.zeros((ylength, ywidth)), np.zeros((clength, cwidth)), np.zeros((clength, cwidth))

# number of iteration on x axis and y axis to calculate the luminance cosine transform values
hBlocksForY = int(len(yDct) / windowSize) # number of blocks in the vertical direction for luminance
vBlocksForY = int(len(y[0]) / windowSize) # number of blocks in the horizontal direction for luminance
# number of iteration on x axis and y axis to calculate the chrominance channels cosine transforms values
hBlocksForC = int(len(crDct) / windowSize) # number of blocks in the horizontal direction for chrominance
vBlocksForC = int(len(csub) / windowSize) # number of blocks in the vertical direction for chrominance

```

```

img = cv2.cvtColor(imgOriginal, cv2.COLOR_BGR2YCR_CB)
width = len(img[0])
height = len(img)
y = np.zeros((height, width), np.float32) + img[:, :, 0]
cr = np.zeros((height, width), np.float32) + img[:, :, 1]
cb = np.zeros((height, width), np.float32) + img[:, :, 2]
# size of the image in bits before compression
totalNumberOfBitsWithoutCompression = len(y) * len(y[0]) * 8 + len(cb) * len(cb[0]) * 8 + len(cr) * len(cr[0]) * 8

```

Kita juga akan menghitung jumlah bits sebelum kompresi agar kemudian diakhir kita dapat membandingkan hasil dan mencari rasio kompresi

Selanjutnya kita akan mempersiapkan 3 variabel yang akan digunakan dalam kalkulasi DCT. Kita akan melakukan operasi DCT kepada setiap channel, Y, Cr, dan Cb.

```

# channel values should be normalized, hence subtract 128
y = y - 128
cr = cr - 128
cb = cb - 128

```

Kemudian, kita akan melakukan penggeseran nilai Y, Cr, Cb. Pada awalnya ketiga nilai ini memiliki *range* pada 0 sampai 255, tetapi sekarang kita akan menggeser ke kiri sebanyak 128. Sehingga *range* saat ini adalah -128 sampai 127.

```

# define 3 empty matrices to store the quantized values
yq, crq, cbq = np.zeros((ylength, ywidth)), np.zeros((clength, cwidth)), np.zeros((clength, cwidth))
# and another 3 for the zigzags
yzigzag = np.zeros((vBlocksForY * hBlocksForY, windowSize * windowSize))
crzigzag = np.zeros((vBlocksForC * hBlocksForC, windowSize * windowSize))
cbzigzag = np.zeros((vBlocksForC * hBlocksForC, windowSize * windowSize))

```

Kita juga akan mempersiapkan 3 variabel yang akan digunakan untuk menyimpan hasil kuantisasi dari matriks yang setelah dilakukan DCT. Lalu juga kita juga akan membuat 3 variabel untuk menyimpan vektor atau array nilai matriks kuantisasi yang bentuknya diubah menjadi linear dengan pola zigzag.

```

# 4: 2: 2 subsampling is used # another subsampling scheme can be used
# thus chrominance channels should be sub-sampled
# define subsampling factors in both horizontal and vertical directions
SSH, SSV = 2, 2
# filter the chrominance channels using a 2x2 averaging filter # another type of filter can be used
crf = cv2.boxFilter(cr, ddepth=-1, ksize=(2, 2))
cbf = cv2.boxFilter(cb, ddepth=-1, ksize=(2, 2))
crSub = crf[::SSV, ::SSH]
cbSub = cbf[::SSV, ::SSH]

```

Selanjutnya, kita akan melakukan *down sampling*. Pada program ini, kita akan menggunakan rasio 4 : 2 : 2

```

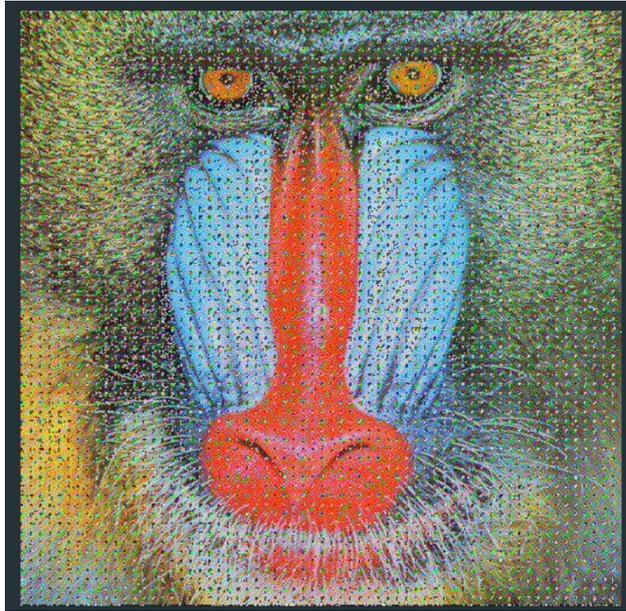
# define quantization tables
QTY = np.array([[16, 11, 10, 16, 24, 40, 51, 61], # Luminance quantization table
               [12, 12, 14, 19, 26, 48, 60, 55],
               [14, 13, 16, 24, 40, 57, 69, 56],
               [14, 17, 22, 29, 51, 87, 80, 62],
               [18, 22, 37, 56, 68, 109, 103, 77],
               [24, 35, 55, 64, 81, 104, 113, 92],
               [49, 64, 78, 87, 103, 121, 120, 101],
               [72, 92, 95, 98, 112, 100, 103, 99]])

QTC = np.array([[17, 18, 24, 47, 99, 99, 99, 99], # chrominance quantization table
               [18, 21, 26, 66, 99, 99, 99, 99],
               [24, 25, 36, 99, 99, 99, 99, 99],
               [47, 66, 99, 99, 99, 99, 99, 99],
               [99, 99, 99, 99, 99, 99, 99, 99],
               [99, 99, 99, 99, 99, 99, 99, 99],
               [99, 99, 99, 99, 99, 99, 99, 99],
               [99, 99, 99, 99, 99, 99, 99, 99]])

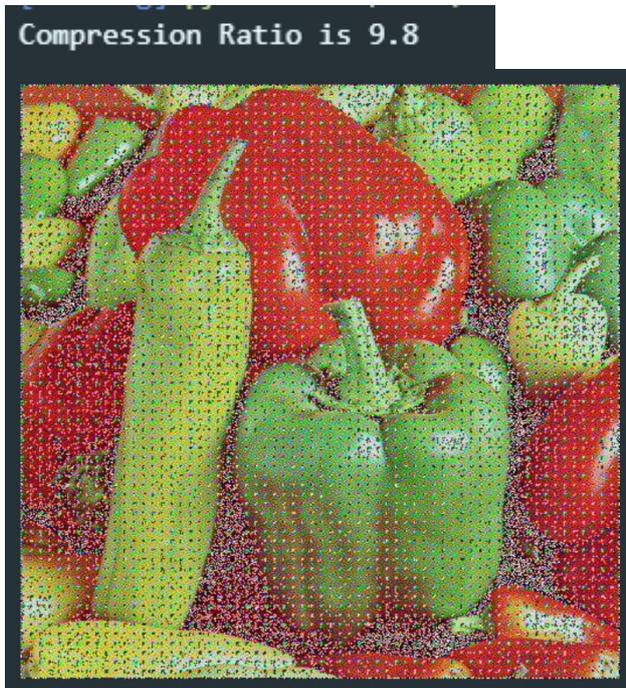
# define window size
windowSize = len(QTY)

```

Proses kuantisasi menggunakan tabel kuantisasi seperti



Hasil kompresi Baboon menghasilkan gambar baru dengan rasio kompresi 8.1



Untuk foto peppers menghasilkan kompresi dengan tingkat rasio kompresi sebesar 9.8.

V. KESIMPULAN

Transformasi kosinus diskrit merupakan transformasi standar yang digunakan dalam kompresi JPEG. Penggunaannya memungkinkan kita mengubah data spasial menjadi data frekuensi yang linear.

Penggunaan DCT dapat membantu untuk menghilangkan bagian yang tidak terlalu diperhatikan.

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan Syukur atas kehadiran Allah SWT, penulis dapat menyelesaikan makalah berjudul “Penerapan Transformasi Kosinus Diskrit Dalam Kompresi Gambar JPEG”. Tak lupa penulis ucapkan terima kasih dan rasa syukur kepada :

1. Orang tua penulis yang senantiasa memberikan dukungan terbaik kepada penulis dalam kondisi apapun
2. Keluarga penulis yang senantiasa memberikan dukungan moral yang sangat baik.
3. Bapak Ir. Rila Mandala, M.Eng., Ph.D. selaku dosen mata kuliah Aljabar Linier dan Geometri yang selalu memberikan ilmu pengetahuan, inspirasi, dan bimbingan sehingga penulis bisa menyelesaikan makalah dan mendapat banyak pengetahuan baru satu semester ke belakang.
4. Teman-teman.
5. Penulis-penulis lain yang telah mempublikasikan hasil karyanya.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. 2023.” Review Matriks”. <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-01-Review-Matriks-2023.pdf> (diakses pada 1 Desember 2025)
- [2] Wilhelm Burger, Mark J. Burge. 2016. Digital Image Processing: An Algorithmic Introduction Using Java 2nd Edition (diakses pada 1 Desember 2025)
- [3] 2022. <https://github.com/mVirtuoso21/JPEG-Image-Compressor/tree/main> (diakses pada 2 Desember 2025)

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 2 Januari 2025

Muhammad Dicky Isra dan 13523075